

A

பதிவு எண்

Register Number

<input type="text"/>					
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------



12Th March 2023

PART - III

கணிதம் / MATHEMATICS

(தமிழ் மற்றும் ஆங்கில வழி / Tamil & English Version)

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

Time Allowed : 3.00 Hours]

[Maximum Marks : 90

- அறிவுரைகள் :** (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதைனச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்கப்பதிலில் குறையிருப்பின், அறைக் கணகாணிப்பாளிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
- (2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிகோட்டுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

- Instructions :** (1) Check the question paper for fairness of printing. If there is any lack of fairness, inform the Hall Supervisor immediately.
- (2) Use **Blue** or **Black** ink to write and underline and pencil to draw diagrams.

பகுதி - I / PART - I

குறிப்பு : (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

20x1=20

(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்படுத்தை விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

Note : (i) **All** questions are **compulsory**.

(ii) Choose the most appropriate answer from the given **four** alternatives and write the option code and the corresponding answer.

[திருப்புக / Turn over

1. ந வரிசையுடைய ஒரு சதுர அணிக்கு நேர்மாறு காணத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை :

(அ) $\rho(A) > n$ (ஆ) $\rho(A) = n$ (இ) $\rho(A) \neq n$ (ஈ) $\rho(A) < n$

A square matrix A of order n has inverse if and only if :

(a) $\rho(A) > n$ (b) $\rho(A) = n$ (c) $\rho(A) \neq n$ (d) $\rho(A) < n$

2. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு :

(அ) 2 (ஆ) 0 (இ) 3 (ஈ) 1

Distance from the origin to the plane $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ is :

(a) 2 (b) 0 (c) 3 (d) 1

3. $3 \cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$ எனில் :

(அ) $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ (ஆ) $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ (இ) $x \in (-\infty, 1]$ (ஈ) $x \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$

If $3 \cos^{-1}x = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$,

(a) $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ (b) $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ (c) $x \in (-\infty, 1]$ (d) $x \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$

4. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வு :

(அ) $y = kx$ (ஆ) $xy = k$ (இ) $\log y = kx$ (ஈ) $y = k \log x$

The general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ is :

(a) $y = kx$ (b) $xy = k$ (c) $\log y = kx$ (d) $y = k \log x$

5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் செங்கோடுகளின் எண்ணிக்கை :

(அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 0 (ஈ) 1

The number of normals that can be drawn from a point to the parabola $y^2 = 4ax$ is :

(a) 3 (b) 2 (c) 0 (d) 1

A

[திருப்புக / Turn over

11. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் இடையே பரப்பானது :

- (அ) $\frac{8}{3}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{5}{3}$ (ஏ) $\frac{4}{3}$

The area between $y^2 = 4x$ and its latus rectum is :

- (அ) $\frac{8}{3}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{5}{3}$ (ஏ) $\frac{4}{3}$

12. ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் :

- (அ) $\frac{\pi}{2}$ (ஆ) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ (இ) $\frac{\pi}{4}$ (ஏ) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

Angle between the curves $y^2 = x$ and $x^2 = y$ at the origin is :

- (அ) $\frac{\pi}{2}$ (ஆ) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ (இ) $\frac{\pi}{4}$ (ஏ) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$

13. $|\text{adj}(\text{adj}A)| = |A|^{16}$ எனில், சதுர அணி A -ன் வரிசையானது :

- (அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 5 (ஏ) 4

$|\text{adj}(\text{adj}A)| = |A|^{16}$, then the order of the square matrix A is :

- (அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 5 (ஏ) 4

14. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^8 + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^8$ -ன் மதிப்பு :

- (அ) 8 (ஆ) 4 (இ) 2 (ஏ) 6

The value of $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^8 + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^8$ is :

- (அ) 8 (ஆ) 4 (இ) 2 (ஏ) 6

15. $|z|=1$ எனில் $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ -ன் மதிப்பு :

- (அ) $\frac{1}{z}$ (ஆ) z (இ) 1 (ஏ) \bar{z}

If $|z|=1$, then the value of $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ is :

- (அ) $\frac{1}{z}$ (ஆ) z (இ) 1 (ஏ) \bar{z}

A

16. $f(x) = \sqrt{8 - 2x}$ என்ற வகைவரையின் எந்த x -ஆய்த்தொலைவில் வரையப்பட்டதோடுகோட்டின் காய்வு -0.25 ஆக இருக்கும் ?

- (அ) -2 (ஆ) -8 (இ) 0 (ஈ) -4

The abscissa of the point on the curve $f(x) = \sqrt{8 - 2x}$ at which the slope of the tangent is -0.25 ?

- (அ) -2 (ஆ) -8 (இ) 0 (ஈ) -4

17. $\int_0^{\pi/3} \tan x \, dx$ -ன மதிப்பு :

- (அ) $-\log 2$ (ஆ) $\log 2$ (இ) $-\log 3$ (ஈ) $\log 3$

The value of $\int_0^{\pi/3} \tan x \, dx$ is :

- (அ) $-\log 2$ (ஆ) $\log 2$ (இ) $-\log 3$ (ஈ) $\log 3$

18. $\sum_{r=0}^n {}^n C_r (-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை :

- (அ) $< n$ (ஆ) 0 (இ) r (ஈ) n

The number of positive zeros of the polynomial $\sum_{r=0}^n {}^n C_r (-1)^r x^r$ is :

- (அ) $< n$ (ஆ) 0 (இ) r (ஈ) n

19. $\sin^{-1} \left(\frac{-1}{2} \right)$ -ன முதன்மை மதிப்பு :

- (அ) $\frac{-\pi}{6}$ (ஆ) 0 (இ) $\frac{-\pi}{2}$ (ஈ) $\frac{\pi}{2}$

The Principal value of $\sin^{-1} \left(\frac{-1}{2} \right)$ is :

- (அ) $\frac{-\pi}{6}$ (ஆ) 0 (இ) $\frac{-\pi}{2}$ (ஈ) $\frac{\pi}{2}$

A

[திருப்புக / Turn over

20. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப் பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு :

(அ) \sqrt{ab} (ஆ) $2ab$ (இ) $\frac{a}{b}$ (ஈ) ab

Area of the greatest rectangle inscribed in the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is :

(a) \sqrt{ab} (b) $2ab$ (c) $\frac{a}{b}$ (d) ab

பகுதி - II / PART - II

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 30 -க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

$7 \times 2 = 14$

Note : Answer any seven questions. Question No. 30 is Compulsory.

21. $|z|=2$ எனில், $3 \leq |z+3+4i| \leq 7$ எனக் காட்டுக.

If $|z|=2$, show that $3 \leq |z+3+4i| \leq 7$

22. $lx^2+nx+n=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் p மற்றும் q எனில், $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{1}} = 0$ எனக் காட்டுக.

If p and q are the roots of the equation $lx^2+nx+n=0$, show that $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{1}} = 0$

23. $y=4x+c$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2+y^2=9$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில், c -ன் மதிப்புக் காணக.

If $y=4x+c$ is a tangent to the circle $x^2+y^2=9$, find c.

24. 10 செ.மீ. ஆரம் உள்ள கோளத்தின் ஆரம் 0.1 செ.மீ. குறைகின்றது எனில் அதன் கன அளவு தோராயமாக எவ்வளவு குறையும் ?

If the radius of a sphere with radius 10 cm, has to decrease by 0.1 cm, approximately how much will its volume decrease ?

A

25. மதிப்பிடுக : $\int_b^{\infty} \frac{1}{a^2 + x^2} dx, a > 0, b \in R.$

Evaluate : $\int_b^{\infty} \frac{1}{a^2 + x^2} dx, a > 0, b \in R.$

26. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து 7 அலகுகள் தொலைவில் உள்ளதும், செங்குத்தின் திசை விகிதங்கள் 3, -4, 5 கொண்டதுமான தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாடு காண்க.

Find the vector equation of a plane which is at a distance of 7 units from the origin having 3, -4, 5 as direction ratios of a normal to it.

27. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில்,

$A \vee B$ மற்றும் $A \wedge B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ be any two Boolean matrices of the same type. Find $A \vee B$ and $A \wedge B$.

28. $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

Prove that $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ is orthogonal.

29. $y = x^2 + 3x - 2$ என்ற வளைவரைக்கு (1, 2) என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the equation of tangent to the curve $y = x^2 + 3x - 2$ at the point (1, 2).

30. $e^{\cos\theta+i \sin\theta}$ என்பதை $a+ib$ என்ற வடிவில் எழுதுக.

Express $e^{\cos\theta+i \sin\theta}$ in $a+ib$ form.

A

[திருப்புக / Turn over

பகுதி - III / PART - III

குறிப்பு : எவ்வேணும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 40 -க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

7x3=21

Note : Answer any seven questions. Question No. 40 is Compulsory.

31. முனை $(-1, -2)$, அச்சு y -அச்சுக்கு இணை மற்றும் $(3, 6)$ வழிச்செல்லும் பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

Find the equation of the parabola with vertex $(-1, -2)$, axis parallel to y -axis and passing through $(3, 6)$.

32. குரியளிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 கி.மீ. மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ. நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் குரியன் உள்ளது. குரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் காண்க.

The maximum and minimum distances of the Earth from the Sun respectively are 152×10^6 km and 94.5×10^6 km. The Sun is at one focus of the elliptical orbit. Find the distance from the Sun to the other focus.

33. x -ன் எந்த மதிப்பிற்கு, சமளிலை $\frac{\pi}{2} < \cos^{-1} (3x-1) < \pi$ மெய்யாகும் ?

For what value of x , the inequality $\frac{\pi}{2} < \cos^{-1} (3x-1) < \pi$ holds ?

34. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = -z$ என்ற நேர்க்கோடு ஆய அச்சுக்களுடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்களைக் காண்க.

Find the angle made by the straight line $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = -z$ with coordinate axes.

35. $(123)^{\frac{2}{3}}$ -ன் தோராய மதிப்பினை நேரியல் தோராய மதிப்பீட்டு முறையில் காண்க.

Use the linear approximation to find an approximate value of $(123)^{\frac{2}{3}}$.

36. தீர்க்க : $x \cos y \, dy = e^x(x \log x + 1)dx$
Solve : $x \cos y \, dy = e^x(x \log x + 1)dx$

A

37. $F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$ எனில், $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$ எனக் காட்டுக.

If $F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$, show that $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$

38. $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.

Show that $p \rightarrow q$ and $q \rightarrow p$ are not equivalent.

39. $z = (2 + 3i)(1 - i)$ எனில் z^{-1} -யைக் காண்க.

If $z = (2 + 3i)(1 - i)$, then find z^{-1} .

40. $a + b + c = 0$ மற்றும் a, b, c ஆகியவை விகிதமுறு எண்கள் எனில் $(b + c - a)x^2 + (c + a - b)x + (a + b - c) = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் விகிதமுறு எண்களாகும் எனக் காட்டுக.

If $a + b + c = 0$ and a, b, c are rational numbers then, prove that the roots of the equation $(b + c - a)x^2 + (c + a - b)x + (a + b - c) = 0$ are rational numbers.

பகுதி - IV / PART - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

7x5=35

Note : Answer all the questions.

41. (அ) $z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க, இங்கு $z \in \mathbf{C}$.

அல்லது

(ஆ) தீர்க்க : $(1 + x + xy^2) \frac{dy}{dx} + (y + y^3) = 0$.

(a) Solve the equation $z^3 + 8i = 0$, where $z \in \mathbf{C}$.

OR

(b) Solve : $(1 + x + xy^2) \frac{dy}{dx} + (y + y^3) = 0$.

A

[திருப்புக / Turn over

42. (அ) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ என நிறுவக.

அல்லது

(ஆ) ஒரு பால் விற்பனையக்தில் வினியோகிக்கப்படும் பாலின் அளவு சமவாய்ப்பு மாறி X என்க. குறைந்தபட்சம் 200 லிட்டர்கள் மற்றும் அதிகபட்சம் 600 லிட்டர்களுடன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} k & 200 \leq x \leq 600 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$

- (i) k மதிப்பு காண்க.
 - (ii) பரவல் சார்பு காண்க.
 - (iii) 300 லிட்டர்கள் மற்றும் 500 லிட்டர்களுக்கிடையே தினசரி விற்பனை இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.
- (a) Using vector method, prove that $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

OR

- (b) Suppose the amount of milk sold daily at a milk booth is distributed with a minimum of 200 litres and a maximum of 600 litres with probability density function of random variable X is $f(x) = \begin{cases} k & 200 \leq x \leq 600 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$.

Find (i) the value of k

(ii) the distribution function

(iii) the probability that daily sales will fall between 300 litres and 500 litres.

43. (அ) $18x^2 + 12y^2 - 144x + 48y + 120 = 0$ என்ற கூம்பு வளைவின் வகையை கண்டறிந்து, அவற்றின் மையம், குவியங்கள் மற்றும் மூளைகளைக் காண்க.

அல்லது

(ஆ) $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$ எனில், $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காட்டுக.

- (a) Identify the type of conic and find centre, foci and vertices of
 $18x^2 + 12y^2 - 144x + 48y + 120 = 0$

OR

- (b) If $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ and $0 < x, y, z < 1$, show that
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$

A

44. (அ) ஒரு சிறுவன் $y=ax^2+bx+c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8)$, $(-2, -12)$ மற்றும் $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறான். $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள அவனுடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறான். அவன், அவனுடைய நண்பனை சந்திப்பானா? (காஸ்லியன் நீக்கல் முறையைப் பயன்படுத்துக.)

அல்லது

(ஆ) $x^2 + 4y^2 = 8$ என்ற நீள்வட்டமும் $x^2 - 2y^2 = 4$ என்ற அதிபரவளையமும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிறுவுக.

- (a) A boy is walking along the path $y=ax^2+bx+c$ through the points $(-6, 8)$, $(-2, -12)$ and $(3, 8)$. He wants to meet his friend at $P(7, 60)$. Will he meet his friend? (Use Gaussian Elimination method)

OR

- (b) Prove that the ellipse $x^2 + 4y^2 = 8$ and the hyperbola $x^2 - 2y^2 = 4$ intersect orthogonally.

45. (அ) $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

அல்லது

(ஆ) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

- (a) Find the parametric form of Vector equation and Cartesian equations of the plane containing the line $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ and perpendicular to the plane $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 8$.

OR

- (b) Solve the equation $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ if it is known that $\frac{1}{3}$ is a solution.

A

[திருப்புக / Turn over

46. (அ) $p \rightarrow (\neg q \vee r) = \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவக.

அல்லது

(ஆ) வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ₹ 10,000 -த்தை வங்கி கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்கு பின்னர் அவர் வங்கி கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்?

- (a) Prove that $p \rightarrow (\neg q \vee r) = \neg p \vee (\neg q \vee r)$ using truth table.

OR

- (b) Suppose a person deposits ₹ 10,000 in a bank account at the rate of 5% per annum compounded continuously. How much money will be in his bank account 18 months later?

47. (அ) $\frac{\log x}{x}$ என்ற கார்பிள் மீப்பெரு மதிப்பு காணக.

அல்லது

(ஆ) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீளவட்டத்திற்கும், $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கும் பொதுவான அரங்கநிலை பரப்பைக் காணக.

- (a) Find the maximum value of $\frac{\log x}{x}$

OR

- (b) Find the area of the region common to the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ and the straight line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

B.SUGADEV

•••• PG TEACHER (MATHS)

8148406242

A